ZNAČAJ PRIMENE TRANSPORTNOG PROBLEMA U FUNKCIJI IZBORA OPTIMALNOG REŠENJA

Milan Stanković, dipl.inž.saob., Visoka tehnička škola strukovnih studija, Niš, A. Medvedeva 20, +381 18 588-211, e- mail: milanst08@gmail.com
Prof.dr Pavle Gladović, dipl.inž.saob., Univerzitet u Novom Sadu, Fakultet tehničkih nauka Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 6
Dr Dejan Bogićević, dipl.inž.saob., Visoka tehnička škola strukovnih studija, Niš, A. Medvedeva 20

Sažetak:*Stalna potreba za premeštanjem tereta i pružanjem usluga, navodi nas na pronalaženje najoptimalnijeg rešenja u pogledu najkraćih puteva i (ili) najmanjih troškova. Zbog toga je potrebno posvetiti veću pažnju ovom važnom delu u procesu transporta. U radu će biti predstavljen transportni problem kao specijalan slučaj linearnog programiranja. Najčešći elementi vezani za transportni problem jesu troškovi, vreme i udaljenost čije minimalne vrednosti tražimo. Na primeru jednog auto-transportnog preduzeća biće opisan postupak prevoza određenog broja jedinica (tereta) iz više izvorišta u više odredišta. Osnovna pretpostavka je da ponuda pojedinih izvora (količina sa kojom se raspolaže) mora biti iskorišćena, i da potražnja svih odredišta (potrebe) mora biti zadovoljena. Na konkretnom primeru odnosa ponude i potražnje razmatraće se metode koje postoje, opisana njihova primena i način odabira najpovoljnije varijante na osnovu dobijenih rezultata.*

Ključne reči: *transport, troškovi, optimizacija*

IMPORTANCE OF USING A TRANSPORTATION PROBLEM FOR THE PURPOSE OF CHOOSING THE OPTIMAL SOLUTION

Abstract: *The constant need for the movement of goods and for providing services leads us towards finding the most favorable solution concerning the shortest routes and (or) lowest costs. For this reason, more attention should be paid to this important part of the transportation process. This paper presents a transportation problem as a special instance of linear programming. The most common elements related to transportation problems are costs, time and distance, the values of which should be minimized. Using a transportation enterprise as an example, the process of transporting a certain number of units (load) from various sources to various destinations is described. The basic assumption is that the supply of the sources (the amount of goods which is available) must be used, and that the demands of all the destinations (the needs) must be met. Using the example of the supply–demand ratio, the existing methods are analyzed, and their application and the way in which the optimal solution is chosen based on the obtained results are described.*

Keywords: *transport, costs, optimization*

1. UVOD

Transportne probleme je prvi proučavao ruski matematičar L.V. Kantorovich, u radu „Mathematical Methods of Organizing and Planning Production" (1939). Zbog ignorisanja njegovih savremenika, rad je ostao nepoznat sve do 1960.godine, dugo nakon što je na ovom polju postignut pomak na Zapadu.

Na Zapadu, sličan rad u ovoj oblasti je imao F.Hitchcock (1941), koji je prviopisao standardni oblik transportnog problema. Predložio je m x n dimenzionalnu geometrijsku interpretaciju transporta robe od m proizvođačado n potrošača, i konstruisao „region mogućnosti" na čijoj granici morapostojati optimalno rešenje. Predložio je metod za nalaženje fiksnih tačaka naovoj granici (temena) i pokazao iterativno generisanje boljeg rešenja pomoćufunkcije cilja. Hitchcock se takođe bavio problemom višestrukih optimalnihrešenja[1].

Na početku rada objašnjene su teorijske osnove transportnog problema. Prikazana je matrica sa izvorima, odredištima i cenama. Definisan je klasičan transportni problem na osnovu kojeg je formulisan matematički model. U trećem poglavlju prikazano je rešavanje transportnog problema na konkretnom primeru. Opisana je Simpleks metoda, a Specijalna metoda za rešavanje transportnog problema je primenjena. Dobijeno je optimalno rešenje za date podatke u broju kamiona i ceni transporta.

2. TEORIJSKE OSNOVE TRANSPORTNOG PROBLEMA

Problem transporta javlja se u praksi u različitim oblicima zavisno od broja jedinica tereta koje se transportuju ili raspoređuju, i podrazumeva takav plan transporta proizvoda jedne vrste iz mesta proizvodnje tj. **izvora**, u određena mesta potrošnje tj. **destinacije**,pod uslovom da u odnosu na mrežu saobraćajnica i raspoloživa transportna sredstvatroškovi transporta budu minimalni.

Transportni problem je takva vrsta problema za koji je potrebno odrediti broj homogenih (istovetnih) jedinica (tereta, predmeta, osoba…) koje treba transportovati, odnosno rasporediti iz više izvora (mesta gde se nalaze jedinice tereta) na više odredišta (mesta na kojima se podmiruje potražnja, odnosno zadovoljavaju zahtevi), sa osnovnim ciljem da troškovi transporta (udaljenost, vreme,…) budu minimalni, a prihod (dobit) maksimalan. Pritom treba voditi računa da ponuda pojedinih izvora ne sme biti premašena i da potražnja svih odredišta treba biti zadovoljena.[2][3]

Pretpostavka je da postoji *m* izvora proizvoda i *n* destinacija na koje taj proizvod treba distribuirati – transportovati. Klasični transportni problem glasi:

Dato je m skladišta i n potrošača. Na i-tom skladištu postoji nenegativna količina a_i neke robe, a j-ti potrošač potražuje nenegativnu količinu b_j te robe. Cena transporta jedinične količine robe od i-tog skladišta do j-tog potrošača je c_{ij}, za svako $i=1,2,...,m$ i $j=1,2,...,n$. Cilj je transportovati svu robu od skladišta do potrošača tako da se zadovolje sve potražnje uz minimalne ukupne transportne troškove
Matematički model ovog zadatka je:

$$(\min) \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \ ; \ i = 1,2, \ldots \ldots \ldots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \ ; \ j = 1,2, \ldots \ldots \ldots, n$$

$$x_{ij} \geq 0, \ i = 1,2, \ldots \ldots, m \ ; \ j = 1,2, \ldots \ldots, n$$

gde je sa x_{ij} označena nepoznata količina robe koju treba transportovati od *i*- tog skladišta do *j*-tog potrošača, za i=1,2,...,m i j=1,2,...,n. [5]

Matematička formulacija upravo opisanog transportnog problema ima za cilj da se od svih mogućih varijanti odabere ona koja će obezbediti minimalne transportne troškove poštujući data ograničenja.

Svakom transportnom problemu pripada odgovarajuća matrica transporta koja izgleda ovako:

Izvor	Destinacija (odredište)					Ponuda
	1	2	3	....	n	
1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	c_{13} x_{13}	....	c_{1n} x_{1n}	a_1
2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	c_{23} x_{23}	....	c_{2n} x_{2n}	a_2
⋮	⋮	⋮	⋮	....	⋮	⋮
m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	c_{m3} x_{m3}	....	c_{mn} x_{mn}	a_m
Potražnja	b_1	b_2	b_3	....	b_n	$\Sigma a_i = \Sigma b_j$ $\Sigma a_i \neq \Sigma b_j$

***Tabela1**: Matrica parametara modela transportnog problema str 147.*

Oznake u matrici:

m – ukupan broj izvora (otpremnih stanica); *i*– redni broj ishodišta, *i* = 1,2,…,*m* *n*– ukupan broj odredišta (destinacija); *j*– redni broj odredišta, *j* = 1,2,…,*n*
c_{ij}– cena transporta (udaljenost, vreme...) jedne jedinice na relaciji od *i*-tog izvora do *j*-tog odredišta
x_{ij}– količina robe koju treba transportovati ili rasporediti iz *i*-tog izvora u *j*-to odredište
a_i– količina koja se raspoređuje iz pojedinih izvora (ponuda)
b_j– količina koja je potrebna pojedinim odredištima (potražnja).

Model u kojem je $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$ odnosi se na zatvoreni transportni problem, za razliku od otvorenog transportnog problema za koji je ukupna ponuda svih izvora veća ili manja od ukupne potražnje ($\sum_{i=1}^{m} a_i \neq \sum_{j=1}^{n} b_j$).

3. REŠAVANJE TRANSPORTNOG PROBLEMA

Transportni problem predstavlja problem linearnog programiranja i može se rešavati na više načina:

- Simpleks metodom,
- Specijalnim metodama za rešavanje transportnih problema linearnog programiranja.

Modifikovana simpleks metoda prilagođena je specifičnoj strukturi problema i zato je znatno efikasnija od klasične simpleks metode. Postoje zatvoreni i otvoreni model transportnog zadatka.Računanje pomoću simpleksmetode je dugotrajno (ako se problem rešava ručno) zbog velikog broja promenljivih i postavljenih ograničenja, pa je zato najbolje koristiti specijalizovane metode za rešavanje transportnih problema.

Upravo iz tog razloga u ovom radu neće biti reči o rešavanju problema simpleks metodom, već će se objasniti specijalizovane metode za rešavanje transportnog problema. One se mogu svrstati u dve grupe:

1) Metode za postavljanje početnog programa
2) Metode za testiranje programa i dobijanje optimalnog rešenja,

Početni program se postavlja pomoću sledećih metoda:

– Metoda “severozapadnog ugla” (North West Corner Method)
– Metoda najmanjih troškova
– Vogelova metoda.

Metodom “severozapadnog ugla” raspoređivanje jedinica tereta započinje od severozapadnog ugla matrice transporta, tj. od polja (1,1) u koje se stavlja najveći mogući broj jedinica zavisno od ponude prvog izvora i potražnje prvog odredišta. Postupak se nastavlja na preostalim poljima po dijagonali matrice sve do polja (*m*,*n*) dok se ne rasporede raspoložive količine svih izvora, odnosno ne zadovolje zahtevi svih odredišta.

Metodom najmanjih troškova početni se program dobija stavljanjem najvećeg mogućeg broja jedinica (zavisno od ponude i potražnje) na najpovoljnije polje u matrici transporta, a to je polje sa najmanjim, odnosno najvećim c_{ij} zavisno od kriterijuma optimalnosti. Postupak se ponavlja sve dotle dok se sve raspoložive jedinice ne rasporede po pojedinim odredištima.

Vogelova metoda sastoji se iz sledećih koraka:

– Izračuna se razlika između dva "najmanja" troška (najmanjeg i sledećeg do njega po veličini) za svaki red (Δi) i svaku kolonu (Δj).

– Bira se red ili kolona sa maksimalnom razlikom, bilo Δi ili Δj iz tačke 1), i u najpovoljnije polje (polje s najmanjim c_{ij}) tog reda ili kolone stavlja najveći mogući broj jedinica zavisno od ponude i potražnje.

– Postupak se ponavlja, tj. vraća na tačku 1) sve dok se ne rasporede sve jedinice.

Međutim, ako je u tački 2) izbačena kolona iz daljeg raspoređivanja, onda se ponovno izračunava samo razlika reda, jer su razlike preostalih kolona ostale nepromenjene, a ako se izbaci red tada se izračunavaju ponovno samo razlike svake kolone. Metode za testiranje i dobijanje optimalnog rešenja su:

– Metoda „skakanja sa kamena na kamen" (Stepping Stone Method),

– MODI metoda (The Modified Distribution Method)

Na konkretnom primeru biće prikazan postupak određivanje optimalnog rešenja u svrhu postizanja najmanjih troškova. Metoda koja je korišćena je metoda „severozapadnog ugla" u kombinaciji sa MODI metodom

MODI metoda, kao i metoda "skakanja s kamena na kamen", uslovljavapostojanje početnog rešenja. Relativni troškovi k_{ij}po MODI metodiizračunavaju se za nezauzeta polja prema formuli[4]:

$$k_{ij} = c_{ij} - (u_i + v_j),$$

gde su c_{ij}jedinični troškovi, a u_ii $v_j$koeficijenti za svako bazno rešenjevrednost kojih se dobija iz formule za zauzeta polja$c_{ij}= u_i + v_j$.

Za zadati primer uzimase početniprogram postavljen po metodi severozapadnog ugla i tada se najpreizračunavaju vrednosti u_ii $v_j$za zauzeta polja:

$$c_{11} = u_1 + v_1 \quad c_{22} = u_2 + v_2 \quad c_{33} = u_3 + v_3$$
$$c_{21} = u_2 + v_1 \quad c_{23} = u_2 + v_3 \quad c_{34} = u_3 + v_4$$

Samostalna radnja za transport, otkup, iskorišćavanje šuma i promet na malo i veliko drvenim sortimentima „Iver" iz Kuršumlije, uzeta je za primer određivanja optimalne varijante raspodele drvene građe (ogrevnog drveta). Predmetna samostalna radnja ima 3 skladišta (u Kuršumliji, Prokuplju i Beogradu) i na osnovu prodajnih mesta koja imaju zahteve za ogrevnim drvima, konstruisaće se transportni problem. U zavisnosti od broja teretnih vozila, nosivosti i potražnje izražene u m^3, a na osnovu cene transporta, tabela transportnog problema izgleda ovako:

Skladište	Odredište			Ponuda (br.kamiona)
	P1	P2	P3	
S1	*15000*	*13000*	*18000*	2
S2	*12000*	*16000*	*20000*	6
S3	*22000*	*10000*	*14000*	6
Potražnja (br.kamiona)	4	7	3	14

***Tabela 2**: Početna tabela transportnog problema sa cenama transporta*

U tabeli je dat broj kamiona određene nosivosti koji se nalaze na skladištima S1, S2 i S3 i broj kamiona sa ogrevnim drvima za koje se vrši potražnja P1, P2 i P3. Cene transporta, u hiljadama dinara, date su u tabeli, ali zbog lakšeg prikazivanja upisane su samo desetice.

Skladište	Odredište				
	P1	P2	P3		
S1	*15* *2*	*13* *(-6)*	*18* *(-5)*	2	15
S2	*12* *2*	*16* *4*	*20* *(0)*	6	12
S3	*22* *(16)*	*10* *3*	*14* *3*	6	6
	4	7	3		
	0	4	8		

***Tabela 3**: Postavljanje matrice transportnog problema*

Raspodela broja kamiona izvršena je metodom „severozapadnog ugla“ i na osnovu toga dobijena je sledeća cena transporta:

$Z = 15000 \cdot 2 + 12000 \cdot 2 + 16000 \cdot 4 + 10000 \cdot 3 + 14000 \cdot 3$

$Z = 190000$ RSD

Stovarište	**Odredište**				
	P1	**P2**	**P3**		
S1	*15* *(6)*	*13* *2*	*18* *(1)*	**2**	**13**
S2	*12* *4*	*16* *2*	*20* *(0)*	**6**	**16**
S3	*22* *(18)*	*10* *3*	*14* *3*	**6**	**10**
	4	**7**	**3**		
	- 4	**0**	**4**		

$Z = 13000 \cdot 2 + 12000 \cdot 4 + 16000 \cdot 2 + 10000 \cdot 3 + 14000 \cdot 3$

$Z_{min} = 178000$ RSD

Prema optimalnom rešenju, svakodnevno se kamioni raspoređuju na sledeći način: iz stovarišta*S*1 kamioni se upućuju na drugo prodajno mesto mesto *P*2, sa*S*2 na prvo i drugo prodajno mesto (*P1* i *P2*), a satrećeg stovarišta*S*3 na prodajna mesta*P*2 i *P*3. Takav rasporedkamiona prouzrokuje najmanji mogući iznos “prazne vožnje”.

4. ZAKLJUČAK

Primena prevoznih sredstava u transportnom procesu zahteva pronalaženje najpovoljnije putanje koja će rezultirati minimalnim troškovima. Taj sveobuhvatan proces kao krajnji cilj bi trebalo da imaoptimalno rešenje. Poseban slučaj linearnog programiranja jeste transportni problem. Još početkom 20. veka ukazala se potreba za određivanjem putakojim će se kretati vozila prilikom transporta robe. Težilo se ka optimalnom rešenju tako da se ostvari što veće dobit uz minimalnu cenu koštanja i uslov da sav teret bude transportovan, odnosno ispunjen transportni zadatak. Zbog toga je u kasnijem periodu ovaj problem razvijan i danas je on našao svoju primenu u saobraćaju.Pokazano je da je transportni problem specijalni slučaj problema protoka saminimalnom cenom. Samim tim, svaki algoritam za rešavanje problemaprotoka sa minimalnom cenom, rešava i transportni problem. U radu je istaknuta matrica problema kao polazna karakteristika i data opšta matematička formulacija transportnog problema. Na konkretnom primeru samostalne radnje koja se bavi distribucijom ogrevnog drveta, opisana je formulacija transportnog problema i njegovo rešavanje u više iteracija sve dok se ne dobije optimalno rešenje u pogledu minimalne cene koštanja. Početnom metodom “severozapadnog ugla”, izvršena je raspodela kamiona i rešenje koje je dobijeno nije odgovaralo funkciji cilja. Zbog toga je u sledećoj iteraciji raspodela kamiona odgovarala postizanju zadate funkcije cilja ka minimalnim troškovima. Ovo je samo jedan od primera primene transportnog problema i njegovog značaja u planiranju transporta, koji je našao primenu i u drugim oblastima.Modeliranje prevoznog procesa u drumskom transportu, kao i nalaženje optimalnih vrednosti, doprinosi ukupnom stepenu efikasnosti autotransportnih praduzećau ovoj delatnosti[6].

5. LITERATURA

[1] Garfinkel, R. S. and Rao, M. R. (1971), The bottleneck transportation problem. Naval Research Logistics Quarterly, 18: 465–472

[2] Zenzerović Z., (2011), „Transportni problem“,[http://www.pfri.uniri.hr/~zenzerov/TP- TEORIJA.doc](http://www.pfri.uniri.hr/~zenzerov/TP-TEORIJA.doc)

[3] Bookbinder, J. H. and Sethi, S. P. (1980), The dynamic transportation problem: A survey. Naval Research Logistics Quarterly, 27: 65–87

[4] Ivanović M., (2014), *Operaciona istraživanja*, Beograd, Matematički fakultet Univerziteta u Beogradu

[5] Stojiljković M., Vukadinović S., (1984), *Operaciona istraživanja*, Beograd, Vojnoizdavački zavod

[6] Gladović P., Stanković M, (2013), “Model optimizacije proizvodnosti teretnih vozila", *Časopis “TEHNIKA”*, broj 5, str. 927–933.

MODEL FOR THE TRAFFIC AT THE SERVICE OF SUSTAINABLE DEVELOPMENT OF MARITIME TOURISM IN CROATIA

Vinko Vidučić, Faculty of Maritime Studies, University of Split
Zrinsko-Frankopanska 38, 21000 Split, CROATIA, e- mail: vviducic@pfst.hr
Maja Račić, Faculty of Maritime Studies, University of Split
Zrinsko-Frankopanska 38, 21000 Split, CROATIA, e -mail: mracic@pfst.hr
Kristina Sladojević, Faculty of Maritime Studies, University of Split
Zrinsko-Frankopanska 38, 21000 Split, CROATIA, e- mail: kristina.slodojevic@pfst.hr

Abstract: The research presented in this paper has been focused on the synergistic impact of the model for the traffic on the sustainable development of maritime tourism in the Republic of Croatia for the period 2012.-2018. The presentation of the mutual influence of the obtained growth rates of the model's variables has been aimed at a scientific formulation of the research findings and determining the most important theoretical principles of the influence of traffic on the sustainable development of maritime tourism in the Republic of Croatia. The paper provides explanation of the obtained indirect growth rates of the chosen variables by the year 2018. The highest indirect growth rates of the information model for the traffic at the service of the sustainable development of maritime tourism in the Republic of Croatia from 2012 to 2018 may be expected in the variable railway traffic (14.3 %), whereas the lowest values are forecasted for: air traffic, sea traffic, nautical tourism and cruise travels (4.8 %).

Keywords: indirect growth rates, transport, environment, hospitality, private sector, nautical tourism, cruise season service.